



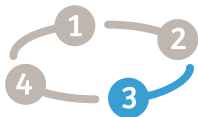
Určení plochy listu

Autor

Liběna a Tomáš Dopitovi, ZŠ Vsetín,
Rokytnice 436

Nacvičujeme tyto kroky

> 3. KROK – Plánování a příprava pokusu



Vhodné pro věk/třidu

od 7. ročníku

Potřebný prostor a uspořádání

Aktivita nemá specifické nároky na prostor, vyžaduje pouze možnost práce ve skupinách.

Pomůcky

listy stromů (např. z fenologických pozorování), psací pomůcky, papír na záznam pokusu

- čtvrtka papíru s centimetrovou čtvercovou sítí
- laboratorní váhy (setiny gramu), 2 tvrdé papíry A4, kalkulačka, nůžky



Cíl aktivity

Žáci určí plochu listu (nepravidelného rovinného obrazce) různými matematickými metodami.

Vymyslí vhodný postup, naplánují a provedou pokus, zaznamenají výsledky, diskutují o různých způsobech řešení, porovnají výsledky získané různými metodami.

Popis aktivity

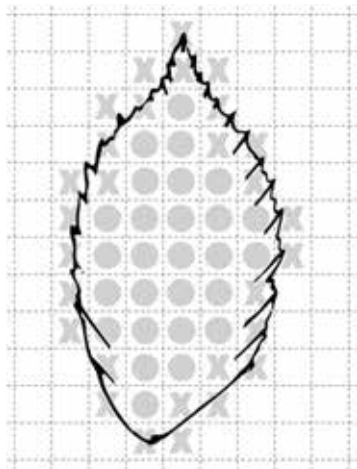
- motivace A:** Žáci ve skupinách sledovali rašení a růst listů různých listnatých stromů v GLOBE aktivitě fenologie – Green-Up. Každá skupina dostala za úkol odebrat ze svého stromu několik listů a přinést je na hodinu matematiky. *Čím se listy liší? Mají různé tvary. Jakou mají plochu? Jak lze určit plochu listu?*
motivace B: v plakátku „Zelená klimatizace“ (příloha č. 1 – viz Zdroje níže) je uvedena informace o listové ploše koruny vzrostlého stromu (1 600 m²). *Jak se to dá zjistit? Jakými metodami to lze určit?*
- Žáci se ve skupinách **poradí o možném řešení.**
- Zeptejte se, jaké by k provedení pokusu potřebovali pomůcky. Je-li to nutné, připomeňte jim, že obsahy nepravidelných obrazců se určují pomocí čtvercových sítí.
- Rozdejte skupinám papír s centimetrovou čtvercovou sítí. Jedné skupině však dejte pomůcky úplně jiné – laboratorní váhy, dvě čtvrtky tvrdého papíru, kalkulačka a nůžky, se slovy, že i s těmito pomůckami lze pomocí jedné matematické metody určit velmi originálně plochu listu.
- Skupiny mají 10 minut na **navržení postupu** ve stručných bodech, provedení a záznam výsledku. Procházejte a monitorujte, zda skupiny postupují správně, povzbuzujte je vhodnými otázkami, pozornost věnujte zejména skupině s laboratorními váhami. Pokud budou některé skupiny dříve hotovy, vyzvěte je, aby pokus zkusily provést jinou metodou.
- Skupiny si vzájemně popíší metody, které použily pro určení plochy listu, pokud nenašly všechna řešení, sdělte jim je a vyzvěte je, aby je také vyzkoušely.
- Co jste zjistili? Lze metody porovnat? Která je nejpřesnější? Lze některou z metod zpřesnit?*
- K jakým účelům lze v praxi využít tuto dovednost?*



Poznámky autora

Žáci pravděpodobně navrhnu tyto metody:

U všech metod do čtvercové sítě přesně překreslíme obrys čepele listu.



- **určení plochy obrazce doplněním čtverců** – počet zcela vyplněných čtverců + počet čtverců vzniklých přibližným sestavením z ne zcela vyplněných čtverců (příloha č. 2)
- **určení plochy obrazce rozdělením na rovinné obrazce, jejichž obsah umíme určit**

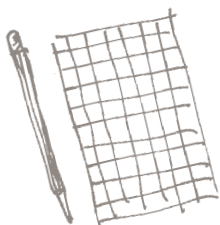
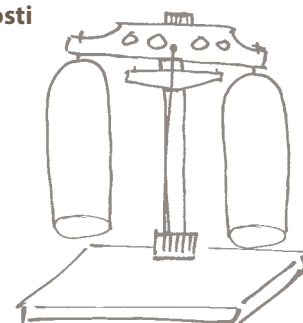
Prozradte jim zajímavou vědeckou metodu a vyzvěte je, ať ji také vyzkouší:

- **určení plochy obrazce aproximační metodou** – S_1 =počet všech zcela zaplněných čtverců, S_2 =počet všech čtverců, zcela zaplněných i těch, které mají vyplněnu pouze část plochy, plochu obrazce určíme jako aritmetický průměr těchto hodnot $S=(S_1+S_2):2$, (viz příloha č. 3). (další metody jsou popsány v příloze č. 4)

Jak dopadla skupina, která měla jiné pomůcky?

- **určení plochy vážením – využitím přímé úměrnosti plochy a hmotnosti papíru stejné gramáže:**

NETRADIČNÍ ÚKOL S LABORATORNÍMI VÁHAMÍ
JE DOBRÉ ZADAT SKUPINĚ NADANÝCH ŽÁKŮ,
VHODNĚ JE TO ZAMĚSTNÁ!



Plochu listu vystříháme z papíru a zvážíme (m_1), zvážíme také čtvertku papíru (m_2) a vypočítáme její obsah (obdélník S_2). Neznámou plochu (S_1) určíme jako vztah přímé úměrnosti hmotnosti a obsahu těchto útvarů.

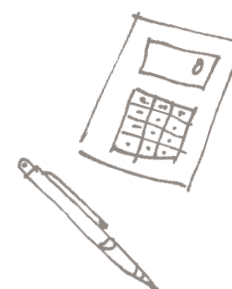
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

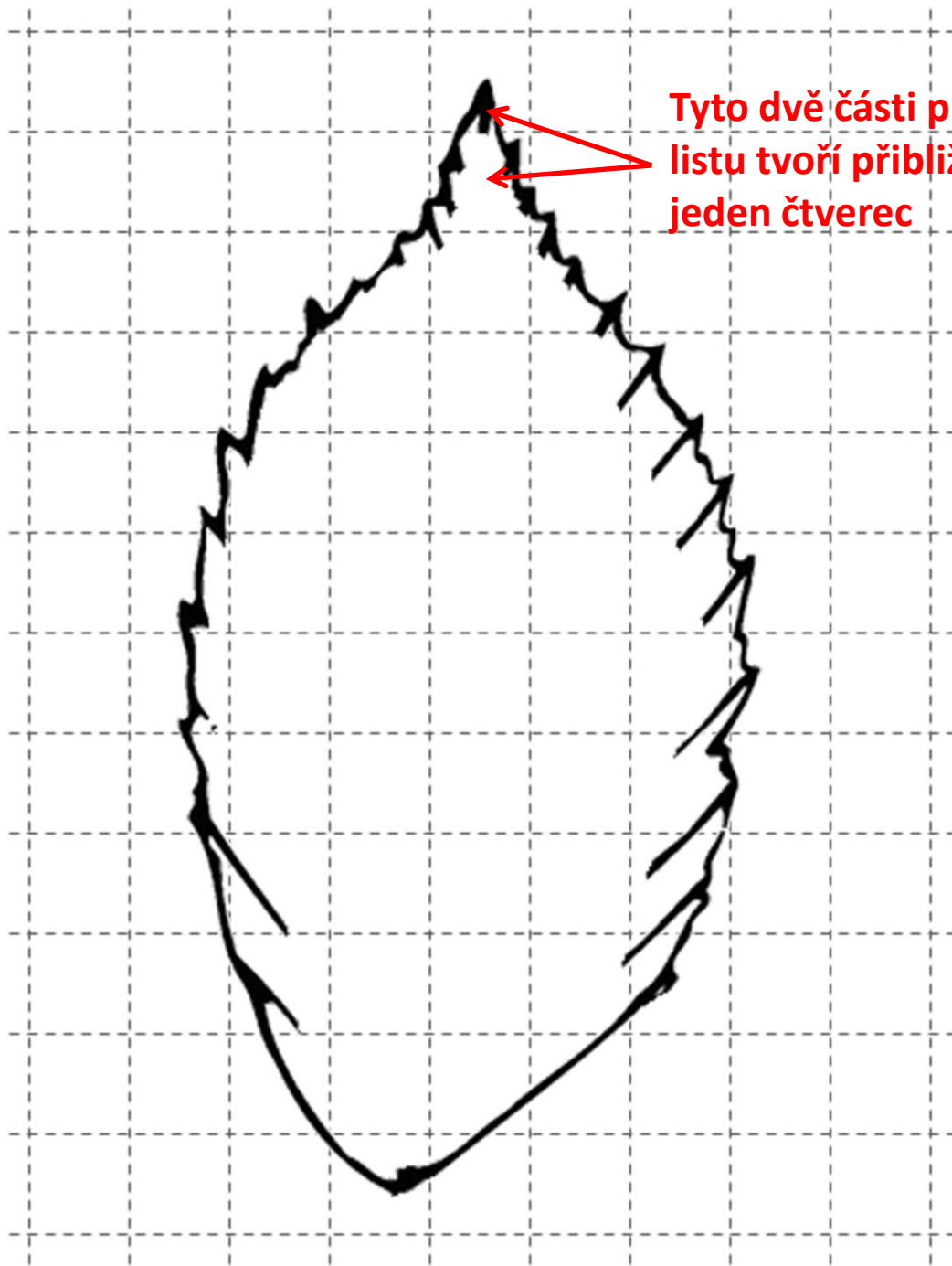
$$S_1 = \frac{m_1}{m_2} \cdot S_2$$

Zdroje

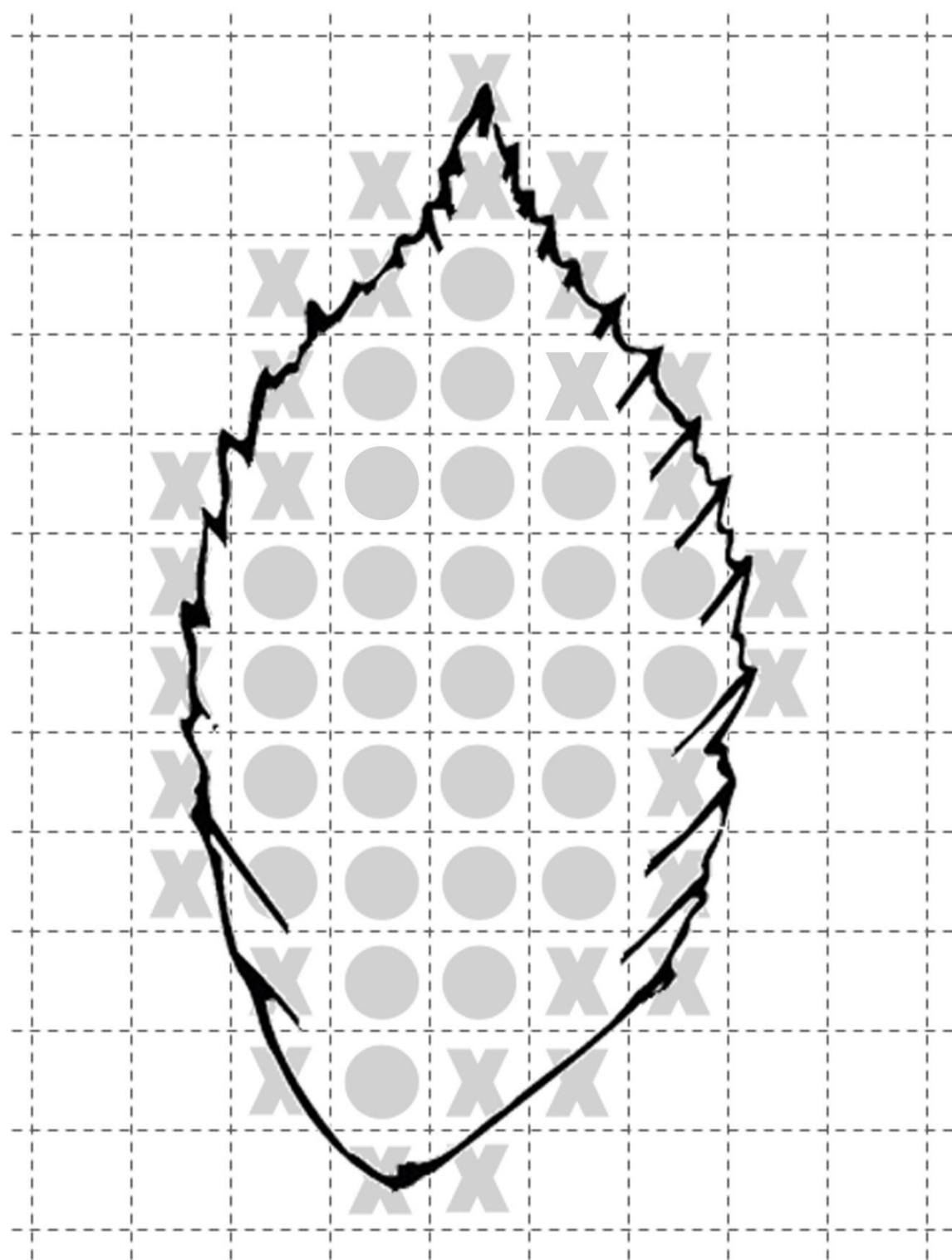
Příloha 1: http://arnika.org/soubory/dokumenty/stromy/vystavy/zachranme-stromy/panel_2.pdf
<http://lide.uhk.cz/prf/ucitel/jezbeda1/navody1/uloha1-3.pdf>

NA TĚTO AKTIVITĚ JE ZAJEČNÉ,
JAK JE MEZIPŘEDMĚTOVÁ A KOMPLEXNÍ.
MOHU JI VYUŽÍT BUDĚ V MATEMATICE,
NEBO V PŘÍRODOPISU A UJĚTĚM TÍM ČAS!





Tyto dvě části plochy listu tvoří přibližně jeden čtverec



Úloha č. 3

Určení plochy nepravidelných obrazců

1) Pomůcky : Planimetr, rýsovací deska, milimetrový papír, čtvrtka papíru, váhy, sada závaží, vzorky měřených ploch a obdélníkových ploch ze stejného materiálu, posuvné měřítko

2) Teorie:

Velikost některých rovinných ploch omezených přímkami nebo pravidelnými křivkami můžeme určit výpočtem z jejich délkových rozměrů, které většinou můžeme jednoduchým způsobem změřit.

Máme-li určit plochu nepravidelného rovinného obrazce, používáme některé z nepřímých metod.

a) Metoda čtvercové sítě

Obrazec překreslíme na papír s narýsovanou pravidelnou čtvercovou sítí (milimetrový papír). Spočítáme plochu S_1 všech čtverečků (1 mm^2 , případně $1/4 \text{ cm}^2$), které leží celé uvnitř plochy. Dále zjistíme počet čtverečků a jejich plochu S_2 , které leží v ploše částečně. Z teorie pravděpodobnosti vyplývá, že počet čtverečků, kde měřená plocha zakrývá část menší než polovina plochy čtverce a počet čtverců, kde měřená plocha zakrývá část větší, než je polovina plochy čtverce, je přibližně stejný.

Velikost měřené plochy S obrazce je proto dána vztahem

$$S = S_1 + \frac{S_2}{2} . \quad (1)$$

b) Určení plochy vážením

Touto metodou měříme zpravidla plochy složitějších útvarů. Ze stejnorodého materiálu (folie) vystříháme tvar, odpovídající přesně měřené ploše a zvažíme ho. Pro jeho hmotnost m platí vztah

$$m = \rho_s \cdot S , \quad (2)$$

kde S je měřená plocha

ρ_s je plošná hustota použitého materiálu.

Ze stejného materiálu vyrobíme pravidelný obrazec, např. obdélník o stranách a, b . Tento obdélník o hmotnosti m_0 též zvažíme a bude platit

$$m_0 = \rho_s \cdot a \cdot b . \quad (3)$$

Vypočítáme-li z (4) ρ_s a dosadíme do (3) obdržíme

$$S = \frac{m}{m_0} \cdot a \cdot b \quad (5)$$

Přesnost určení velikosti plochy zde závisí především na přesnosti změření rozměrů a , b pravidelného obrazce. Proto provedeme toto měření několikrát a určíme chybu měření.

c) Měření planimetrem

Planimetr je přístroj k měření rovinných ploch. Skládá se ze dvou kloubově spojených ramen. Jedno z těchto ramen je na konci zatíženo kovovým válečkem, který se hrotem zabodne do podložky - pól měření. Volným koncem druhého ramene opisujeme měřenou plochu. Poblíž spojovacího kloubu je umístěno měřicí kolečko, jehož pohyb lze odečítat na stupnici, opatřené noniem. Měřená plocha S obrazce je dána vztahem

$$S = k \cdot (n_1 - n_0) = k \cdot \Delta n, \quad (4)$$

kde n_0 je poloha kolečka před měřením
 n_1 je poloha kolečka po objetí měřené plochy
 k je převodní číslo planimetru

Pro určení převodního čísla k je k planimetru připojeno kovové rameno s hrotem u jednoho a otvorem u druhého konce. Hrotem zabodneme rameno do podložky, do otvoru vložíme konec volného ramene planimetru a otočíme ramenem o 360° kolem hrotu. Vzdálenost středu otvoru od hrotu je u ramene volena tak, aby plocha kruhu S_0 takto objatá koncem planimetru byla právě 100 cm^2 . Známe-li polohu měřicího kolečka před a po kruhovém objetí i velikost měřené plochy, můžeme ze vztahu (2) vypočítat převodní číslo planimetru k .

Jeho hodnota bývá blízká jedné.

Obě měření, tj. měření převodního čísla k , tak vlastní měření plochy S provádíme vícekrát a výsledky zpracujeme metodou postupných měření.

3) Úkol

- Určete velikost plochy daných 3 obrazců metodou čtvercové sítě. Použijte čtverce o hraně 0,5 cm.
- Určete velikost měřených ploch vážením. Rozměry pravidelných obrazců měřte každý 5x a určete chybu měření plochy a chyb měření rozměrů.
- Určete velikost plochy daných obrazců planimetrem. Každou plochu objeďte 19x. Výsledek zpracujte postupnou metodou. Určete absolutní i relativní chybu měření.
- Porovnejte naměřené hodnoty ploch jednotlivými metodami i jejich přesnost měření. Vytvořte vhodnou tabulku.

4) Postup měření

- Měřené plochy překreslíme na mm papír a odečteme příslušný počet čtverečků.
- Zvážíme uvažované plochy i pravidelné plochy odpovídajících materiálů a u těchto pravidelných ploch změříme rozměry, každý 5x. Měření provedeme posuvným měřítkem s přesností 0,1 mm. Vypočítáme chyby měření rozměrů pravidelných obrazců, které použijeme k určení chyby nepravidelné plochy. Výsledky všech měření zapisujeme do vhodné tabulky.
- Sestavíme planimetr. Přitiskneme raménko s hrotem na papír umístěný na rýsovací desce tak, aby měřicí kolečko nevyjíždělo z papíru. Nejprve provedeme měření převodního čísla k , pomocí otočného raménka, potom objedeme volným koncem obvodu daných ploch. Konec raménka je opatřen

čočkou s označeným kroužkem ve středu čočky. Při objíždění obvodové čáry plochy udržujeme čáru uvnitř tohoto kroužku.

Každé měření provedeme 19x a zpracujeme metodou postupných měření.

Výsledky zaznamenáváme do tabulky

i	n_i	$i+10$	n_{i+10}	$n_{i+10} - n_i$	$\Delta n = \frac{n_{i+10} - n_i}{10}$
0		10			
1		11			
2		12			
3		13			
4		14			
5		15			
6		16			
7		17			
8		18			
9		19			
					$\overline{\Delta n}$

Tab. 1 – Tabulka pro stanovení plochy nepravidelného obrazce pomocí planimetru metodou postupných měření

Z každého měření vypočítáme chybu veličiny $n_I - n_0$, kterou použijeme k výpočtu chyby měření plochy S .